Прикладная эконометрика, 2021, т. 63, с. 5–29.

Applied Econometrics, 2021, v. 63, pp. 5–29.

DOI: 10.22394/1993-7601-2021-63-5-29

Н. Д. Фокин¹

О важности учета структурных сдвигов при прогнозировании российского ВВП

В работе изучаются два вида моделей для прогнозирования сезонно-сглаженного российского ВВП при наличии структурных сдвигов. Рассматриваются модели, допускающие сдвиги в детерминированном тренде, даты которых задаются экзогенно, и более гибкий класс моделей со стохастическим трендом. Показано, что учет структурного сдвига в детерминированном тренде или добавление стохастического тренда значительно улучшает качество прогнозов по сравнению с моделями с постоянным трендовым темпом роста.

Ключевые слова: прогнозирование; реальный ВВП; структурные сдвиги; долгосрочный темп роста; цены на нефть; российская экономика.

JEL classification: C32; C53.

1. Введение

В последнее время в отечественной литературе ведутся дискуссии относительно замедления долгосрочных темпов роста российского ВВП. Данная проблема, скорее всего, носит структурный характер. В работе (Кудрин, Гурвич, 2014) высказывается мнение о том, что российская модель экономического роста периода 2000–2013 гг., состоявшая в трансформации нефтегазовых экспортных доходов во внутренний спрос, исчерпала себя. Цены на нефть являются важнейшим показателем для российской экономики. Они использовались при эконометрическом моделировании российского ВВП во многих отечественных исследованиях и зарубежной литературе (Rautava, 2004; Kuboniwa, 2014; Esfahani et al., 2014). С теоретической точки зрения, повышение цен на нефть для нефтедобывающей экономики может трактоваться как трансферт богатства отечественным домохозяйствам и фирмам из-за границы. Дополнительные доходы могут быть потрачены на увеличение запасов капитала и, следовательно, на расширение производства (Идрисов и др., 2014).

В период с 1999 по 2008 г. российский ВВП в среднем рос на 6.9% в год на фоне быстрорастущих цен на нефть², которые в среднем повышались на 24% в год. После мирового финансового кризиса, уже к 2011 г., цены на нефть восстановились до докризисного уровня и оставались стабильно высокими до 2015 г. При этом средний темп роста ВВП за период 2010–2014 гг. значительно замедлился — до 3.6% в год. В 2010 и 2011 гг., когда цены

¹ Фокин Никита Денисович — РАНХиГС, Москва; fokinikita@gmail.com.

² Здесь и далее в работе используется цена на нефть марки BRENT.

на нефть росли на 29 и 40% в год соответственно, ВВП увеличивался всего на 4.5 и 4.3% соответственно. За период 2016–2019 гг. ВВП в среднем рос всего на 1.5% в год.

В литературе делаются попытки смоделировать и объяснить замедление темпов роста российского ВВП. В работе (Полбин, Скроботов, 2016) тестируется наличие структурных сдвигов в трендовой компоненте ВВП. Авторы стараются ответить на вопрос, связано ли снижение долгосрочных темпов роста с такими внешнеэкономическими причинами, как более низкие темпы роста цен на нефть, или же замедление обусловлено в том числе внутренними факторами. Они находят два структурных сдвига в трендовой компоненте ВВП: в 1998 и 2007 гг. Поскольку конец выборки датируется серединой 2015 г., возможный сдвиг в окрестности кризиса 2015 г. не тестируется. Авторы получают оценки, согласно которым долгосрочный темп роста структурной компоненты российского ВВП за период с четвертого квартала 1998 г. по третий квартал 2007 г. составил 5.3% в год, а после сдвига в третьем квартале 2007 г. — 1.3% в год. Данные оценки фактически являются оценками долгосрочного темпа роста ВВП, очищенного от влияния нефтяных цен. В рамках рассматриваемой модели превышение фактических темпов роста российского ВВП в период с 1999 по 2007 г. (6.9% в год в среднем) над долгосрочными темпами роста структурной компоненты (в среднем 5.3% в год) как раз может быть объяснено высокими темпами роста цен на нефть.

Схожие результаты получены в работе (Орлова, Егиев, 2015). На основе методологии из (Benes et al., 2010) авторы оценивают долгосрочный темп роста российского ВВП на уровне 6% в год за период 2000–2007 гг., после которого долгосрочный темп роста сильно замедляется, и в 2010 г. составляет всего 2% в год. В 2014 г., согласно оценкам, долгосрочный годовой темп роста российской экономики находился на уровне 0.5–1%. Стоит отметить, что в методологии авторов цена на нефть учитывается не явно, а лишь косвенно. Используемая модель связывает циклические компоненты ВВП, труда и загрузки мощностей. При росте цен на нефть повышается уровень капитала, который может вызвать, например, увеличение загрузки мощностей с целью расширения производства.

В статье (Синельников-Мурылев и др., 2014) авторы также дают оценки темпов роста структурной компоненты российского ВВП. Согласно их оценкам, этот темп держался на уровне 5% с 1999 по 2008 г., после чего замедлился до уровня 1–2% в год в 2009–2014 гг. Кроме выделения структурной компоненты ВВП, авторами также рассматриваются внешнеторговая (нефтяная) и конъюнктурная компоненты.

В ряде работ используются данные о динамике выпуска после 2015 г. В (Полбин, 2020) представлены два вида моделей ненаблюдаемых компонент, которые условно можно назвать моделью «в разностях» (ARX) с ценами на нефть и моделью «в уровнях» без цен на нефть, на основе работы (Clark, 1987). Результаты по оцениванию трендовых темпов роста за период до 2015 г. в целом совпадают с результатами упомянутых выше работ. Что касается периода с 2015 г., то в целом все модели из работы (Полбин, 2020) определяют стабильные темпы трендового роста ВВП на уровне около 2% в 2015 г. с замедлением до 1% в год к 2017 г. с достаточно широким 68%-ным доверительным интервалом, содержащим ноль.

Ближние оценки получены в (Орлова, Лаврова, 2019), так же как и в (Орлова, Егиев, 2015), с помощью фильтра Калмана. Долгосрочный темп роста ВВП в 2017 г., согласно их расчетам, составляет 0.7–1.3%. Потенциальный выпуск определяется в статье с помощью классической производственной функции Кобба–Дугласа от труда, капитала и совокупной факторной производительности. Как и в (Орлова, Егиев, 2015), в модели связываются некоторые

циклические компоненты различных макроэкономических показателей, в ней участвуют уравнения кривой Филлипса, закона Оукена, связи загрузки производственных мощностей и потенциального выпуска.

В работе (Polbin, Fokin, 2021) получена оценка сбалансированного темпа роста структурной компоненты российского ВВП без госрасходов, потребления домашних хозяйств, инвестиций в основной капитал, экспорта и импорта на основе модели VAR с регуляризационной задачей по типу фильтра Ходрика–Прескотта. Согласно оценкам, к 2019 г. темп роста структурной компоненты замедлился до 1.4% в год.

Таким образом, в отечественной литературе имеется определенный консенсус относительно сильного замедления долгосрочных темпов роста в российской экономике. Важно отметить, что такое замедление вызвано не только более низкими темпами роста цен на нефть, чем в первом десятилетии 2000-х годов, но и внутренними факторами, о чем свидетельствует снижение темпов роста структурной компоненты. Конкретные оценки степени замедления долгосрочного темпа роста варьируются от работы к работе, но в целом достаточно схожи. Большинство авторов считает, что годовой темп роста структурной компоненты составлял около 5% в период 1999–2007 гг., затем замедлился до уровня около 2% и, вероятно, уже после кризиса 2015 г. снизился еще сильнее — примерно до 1%.

Причины, по которым произошло данное замедление, заслуживают отдельного исследования, их изучение не является целью данной работы. При этом, если упрощенно считать, что произошло два замедления во время кризисов 2008–2009 гг. и 2015 г., то их причины могут быть довольно разными. Так, надо учитывать, что в 2000–2007 гг. российская экономика проходила фазу восстановительного роста после затяжного спада в 1990-е годы (Полбин, Скроботов, 2016). Уже после мирового финансового кризиса, когда сильные циклические колебания прекратились, стало ясно, что замедление темпов роста носит долгосрочный характер и не связано с циклическими факторами. Из основных причин замедления темпов роста в 2010–2014 гг. авторы отмечают недостаточность инвестиций и капитала (Синельников-Мурылев и др., 2014; Орлова, Егиев, 2015), а также крайне низкую эффективность госсектора (Кудрин, Гурвич, 2014; Орлова, Егиев, 2015). Последующее замедление темпов роста после 2015 г. было не таким заметным по сравнению с замедлением во время мирового финансового кризиса, а его причины являются более дискуссионными и менее изученными хотя бы потому, что с его момента прошло не так много времени. Одной из причин могут быть введенные санкции, ограничивающие доступ к зарубежным рынкам капитала (Орлова, Лаврова, 2019).

Проблеме прогнозирования ВВП и других показателей при наличии структурных сдвигов уделяется большое внимание в литературе, см., например, (Clements, Hendry, 1998, 2002; Pesaran, Timmermann, 2005; Barnett et al., 2016; Castle et al., 2016). В (Clements, Hendry, 2002, p. 540) отмечается, что структурные сдвиги являются одной из основных причин некачественных прогнозов.

В работе (Pesaran, Timmermann, 2005) рассматривается авторегрессия конечного порядка со сдвигами в параметрах (как в константе, так и при лагах), а также в дисперсиях шоков. На основе симуляций с использованием данных по ВВП, промышленному производству, инфляции и процентной ставке для Канады, Франции, Германии, Японии, Великобритании и США авторы показывают, что учет данных до структурного сдвига помогает получить более качественные прогнозы, чем использование данных только после структурного сдвига. Учет структурных сдвигов также позволяет улучшить прогнозы моделей с использованием

большого числа переменных (Barnett et al., 2016). В этой статье рассматривается динамическая факторная модель с данными смешанной частотности и изменяющимся (согласно марковской цепи) свободным членом для наукастинга номинального ВВП США. Модели с меняющимся во времени свободным членом позволяют получить более точные прогнозы, чем с постоянным свободным членом.

Таким образом, замедление долгосрочных темпов роста необходимо учитывать при прогнозировании, и его можно рассматривать как структурный сдвиг в угле наклона трендовой компоненты ВВП, так и как структурный сдвиг в среднем уровне в темпах роста ВВП. Неучет структурных сдвигов может негативно сказаться на качестве прогнозной силы модели. Как известно, в стационарных моделях временных рядов, например ARMA, прогнозы сходятся к безусловному среднему временного ряда. В случае если стационарный временной ряд темпов роста до структурного сдвига колебался около одного среднего уровня, а потом — около другого уровня, более низкого, чем прошлый, то прогнозы по такой модели будут завышены.

В настоящем исследовании тестируется два класса моделей для прогнозирования российского ВВП при наличии структурных сдвигов в трендовой компоненте. Условно они именуются моделями с детерминированным трендом и со стохастическим трендом³. Данные модели учитывают замедление долгосрочных темпов роста и потенциально могут быть полезны, в частности, при среднесрочном и долгосрочном прогнозировании.

Цель настоящей работы состоит в сравнении качества прогнозов моделей со структурными сдвигами в детерминированном тренде и моделей со стохастическим трендом со стандартными эконометрическими моделями с постоянным темпом трендового роста ВВП.

Модели, допускающие экзогенный сдвиг в детерминированном линейном тренде российского ВВП, рассматривались в (Полбин, Скроботов, 2016; Fokin, Polbin, 2019). Построение модели со сдвигом в детерминированном тренде сопряжено с проблемой выявления и датировки сдвига, что является отдельной объемной задачей. Модели со стохастическим трендом, оцениваемые с помощью фильтра Калмана, использовались в работе (Полбин, 2020; Polbin, 2021). В рамках данных моделей можно получить меняющуюся в каждый момент времени траекторию трендовой компоненты или темпов ее роста, рассматривая их как ненаблюдаемые величины.

Работа построена следующим образом. Во втором разделе описываются используемые для прогнозирования спецификации моделей с детерминированным трендом и со стохастическим трендом. В третьем разделе тестируется качество прогнозов моделей с меняющимся темпом роста структурной компоненты по сравнению с моделями с постоянным темпом роста структурной компоненты, а также на их основе даются оценки трендового роста российского ВВП. В четвертом разделе сравнивается качество псевдо-вневыборочного прогнозирования для моделей обоих классов и прогнозных моделей из других исследований.

³ Об «условности» здесь говорится потому, что в работе рассматриваются модели как в логарифмах уровня ВВП, так и в первых разностях. В уровнях трендовая компонента участвует в модели в явном виде, а в модели в разностях структурный сдвиг моделируется в темпах роста трендовой компоненты, т. е. ее первой разности.

2. Методология

2.1. Спецификации моделей с детерминированным трендом

Начнем с модели AR, выступающей в качестве базовой:

$$\Delta \ln y_t = c + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \ln y_{t-i} + \varepsilon_t,$$

где y_t — реальный ВВП, Δ — оператор первой разности. В рамках данной модели (как и для ARIMA модели) прогнозы в долгосрочной перспективе сходятся к единому на всем периоде безусловному среднему темпов роста ВВП, которое выражается через параметры модели:

$$E(\Delta \ln y_t) = \frac{c}{1 - \sum_{i=1}^p a_i}.$$

Далее добавим в модель реальные цены на нефть $poil_t$ и получим модель ARX, в которой темп роста реальных цен на нефть включается в качестве экзогенной переменной, поэтому в модели участвует их текущий темп роста:

$$\Delta \ln y_t = c + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \ln y_{t-i} + \sum_{j=0}^q b_j \Delta \ln(poil_{t-j}) + \varepsilon_t.$$

В рамках данной модели прогнозы также сходятся к единому безусловному среднему на всем периоде:

$$E(\Delta \ln y_t) = \frac{c}{1 - \sum_{i=1}^p a_i} + \frac{\sum_{j=0}^q b_j E(\Delta \ln(poil_{t-j}))}{1 - \sum_{i=1}^p a_i}.$$

Если логарифм реальной цены на нефть в уровнях следует процессу случайного блуждания, то в первых разностях его среднее равно нулю. Предположение, что цена на нефть является случайным блужданием, находит эмпирическое подтверждение в литературе и является довольно стандартным (Alquist et al., 2013). При этом в данной модели фактически производится декомпозиция безусловного математического ожидания темпа роста ВВП на две компоненты: темп роста структурной компоненты (первое слагаемое) и темп роста за счет повышения цен на нефть (второе слагаемое). В рамках данной модели можно объяснить, например, динамику ВВП в период с начала 2000-х годов до мирового финансового кризиса. Как уже говорилось выше, согласно оценкам большинства работ, трендовый темп роста российского ВВП составлял в среднем около 5% в год при фактических средних темпах роста на уровне 6.9%. Разница в 1.9 п.п. может быть объяснена высокими темпами роста цен на нефть в тот период.

В данной работе в моделях с детерминированным трендом учитывается один структурный сдвиг в третьем квартале 2007 г. (Полбин, Скроботов, 2016). Тестирование сдвига вблизи 2015 г. — объемная задача, которую оставляем для дальнейших исследований. Кроме

того, на данный момент недостаточно наблюдений для формального одновременного тестирования наличия структурного сдвига и прогнозной силы модели. Модели со стохастическим трендом в этом смысле являются более гибкими. С подробным обзором подходов к тестированию структурных сдвигов и единичных корней при наличии структурных сдвигов можно ознакомиться в работе (Скроботов, 2020).

Учет структурного сдвига в третьем квартале 2007 г. может быть смоделирован как в рамках AR(p) модели в центрированных темпах роста на среднее со сдвигом:

$$\Delta \ln y_t - \mu_t = \sum_{i=1}^p a_i (\Delta \ln y_{t-i} - \mu_{t-i}) + \varepsilon_t,$$

так и в рамках ARX(p, q) модели с ценами на нефть (Fokin, Polbin, 2019):

$$\Delta \ln y_t - \mu_t = \sum_{i=1}^p a_i (\Delta \ln y_{t-i} - \mu_{t-i}) + \sum_{j=0}^q b_j \Delta \ln(\text{poil}_{t-j}) + \varepsilon_t.$$

Аналогично, в предположении о нулевом среднем темпе роста цен на нефть, μ_t является долгосрочным темпом роста ВВП, который однократно меняется после структурного сдвига:

$$E(\Delta \ln y_t) = \mu_t = \begin{cases} \mu_0, & t < 2007Q3, \\ \mu_1, & t \geq 2007Q3. \end{cases}$$

В данной работе не тестируется наличие коинтеграции между рядами ВВП и цен на нефть, хотя, например в (Полбин, Скроботов, 2016), коинтеграция была обнаружена, а рассматриваются оба варианта: с коинтеграцией и без нее. Второму случаю соответствуют вышеописанные спецификации ARX моделей. В предположении наличия коинтеграции прогнозирование темпов роста ВВП осуществляется на основе модели коррекции ошибок (ЕСМ). Для начала запишем коинтеграционное соотношение без структурного сдвига в детерминированном тренде и модель ЕСМ(p, q):

$$\ln y_t = c + \mu \cdot t + \beta \ln(\text{poil}_t) + \varepsilon_t,$$

$$e_t = \ln y_t - \hat{c} - \hat{\mu} \cdot t - \beta \ln(\text{poil}_t),$$

$$\ln y_t^* = \ln y_t - \hat{c} - \hat{\mu} \cdot t,$$

$$\Delta \ln y_t^* = \theta e_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \ln y_{t-i}^* + \sum_{j=0}^q b_j \Delta \ln(\text{poil}_{t-j}) + \varepsilon_t.$$

Переменная $\ln y_t^*$ является детрендрованным уровнем ВВП.

Для учета структурного сдвига в третьем квартале 2007 г. в ЕСМ модели используется следующая спецификация (Fokin, Polbin, 2019):

$$\ln y_t = c + \mu_0 \cdot t \cdot (1 - d_t) + \mu_1 \cdot t \cdot d_t + \gamma \cdot d_t + \beta \ln(\text{poil}_t) + \varepsilon_t,$$

$$d_t = \begin{cases} 0, & t < 2007Q3, \\ 1, & t \geq 2007Q3, \end{cases}$$

$$e_t = \ln y_t - \hat{c} - \hat{\mu}_0 \cdot t \cdot (1 - d_t) - \hat{\mu}_1 \cdot t \cdot d_t - \hat{\gamma} \cdot d_t - \hat{\beta} \ln(\text{poil}_t),$$

$$\ln y_t^* = \ln y_t - \hat{c} - \hat{\mu}_0 \cdot t \cdot (1 - d_t) - \hat{\mu}_1 \cdot t \cdot d_t - \hat{\gamma} \cdot d_t,$$

$$\Delta \ln y_t^* = \theta e_{t-1} + \sum_{i=1}^p a_i \Delta \ln y_{t-i}^* + \sum_{j=0}^q b_j \Delta \ln(\text{poil}_{t-j}) + \varepsilon_t.$$

Оценивание моделей производится методом OLS. В случае ECM моделей предварительно получают OLS остатки коинтеграционных соотношений и детрендируется ряд ВВП. Затем ECM уравнение также оценивается OLS.

2.2. Спецификации моделей со стохастическим трендом

Выбор лагов во всех моделях осуществляется на основе минимизации значения информационного критерия Шварца (BIC) в предположении, что максимальная глубина запаздываний по темпам роста ВВП и ценам на нефть равна четырем. Если в модели участвуют цены на нефть, допускается наличие только текущего темпа роста цен на нефть.

Поскольку далее будут строиться и анализироваться псевдо-вневыборочные прогнозы, выбор лагов для всех моделей с детерминированным трендом, а также AR и ARX моделей со стохастическим трендом осуществляется на обучающей выборке 1999Q1–2013Q4. При добавлении наблюдений в обучающую выборку число лагов модели не изменяется, т. е. прогнозы строятся с фиксированным числом лагов, выбранным на основе критерия Шварца по выборке 1999Q1–2013Q4. Результаты представлены в табл. 1.

Таблица 1. Число лагов по критерию Шварца

Модель	Число лагов темпов роста ВВП	Число лагов темпов роста цен на нефть
<i>Модели с детерминированным трендом</i>		
AR без структурного сдвига	1	—
AR со структурным сдвигом	1	—
ARX без структурного сдвига	2	0
ARX со структурным сдвигом	1	1
ECM без структурного сдвига	2	0
ECM со структурным сдвигом	2	0
<i>Модели со стохастическим трендом</i>		
AR	1	—
ARX	1	0

Примечание. 0 означает включение только темпа роста в текущий момент времени; «—» означает, что в модели не участвует цена на нефть.

Начнем спецификацию моделей со стохастическим трендом с базовой модели AR с одной запаздывающей разностью логарифма ВВП. Данная модель задается уравнениями:

$$\Delta \ln y_t - \mu_t = a_1 (\Delta \ln y_{t-1} - \mu_{t-1}) + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2),$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + u_t, \quad u_t \sim N(0, \sigma_u^2).$$

Здесь в каждый момент выполнено условие $E(\Delta \ln y_t - \mu_t) = 0$, т. е. μ_t — темп трендового роста ВВП, который следует процессу случайного блуждания. В форме пространства состояний модель записывается в следующем виде:

$$\begin{aligned} x_t &= Hz_t, \quad z_t = Fz_{t-1} + \omega_t, \quad E(\omega_t \omega_t') = Q, \\ x_t &= [\Delta \ln y_t]', \quad z_t = [\Delta \ln y_t, \mu_t]', \quad \omega_t = [\varepsilon_t + u_t, u_t]', \\ H &= [1 \quad 0], \quad F = \begin{bmatrix} a_1 & 1-a_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} \sigma_\varepsilon^2 + \sigma_u^2 & \sigma_u^2 \\ \sigma_u^2 & \sigma_u^2 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

где x_t — вектор наблюдаемых компонент, z_t — вектор состояний, элементы которого могут быть как наблюдаемыми, так и ненаблюдаемыми переменными, Q — ковариационная матрица шоков.

Далее, по аналогии с моделями с детерминированным трендом, включим в модель цены на нефть. Модель ARX с одной запаздывающей разностью ВВП и текущей разностью цен на нефть представлена уравнениями:

$$\begin{aligned} \Delta \ln y_t - \mu_t &= a_1(\Delta \ln y_{t-1} - \mu_{t-1}) + \beta_0 \Delta \ln(\text{poil}_t) + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2), \\ \mu_t &= \mu_{t-1} + u_t, \quad u_t \sim N(0, \sigma_u^2), \\ \ln(\text{poil}_t) &= \ln(\text{poil}_{t-1}) + k_t, \quad k_t \sim N(0, \sigma_k^2). \end{aligned}$$

В форме пространства состояний модель задается следующим образом:

$$\begin{aligned} x_t &= [\Delta \ln y_t, \Delta \ln(\text{poil}_t)]', \quad z_t = [\Delta \ln y_t, \mu_t, \Delta \ln(\text{poil}_t)]', \quad \omega_t = [\varepsilon_t + u_t + \beta_0 k_t, u_t, k_t]', \\ H &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} a_1 & 1-a_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} \sigma_\varepsilon^2 + \sigma_u^2 + \beta_0^2 \sigma_k^2 & \sigma_u^2 & \beta_0 \sigma_k^2 \\ \sigma_u^2 & \sigma_u^2 & 0 \\ \beta_0 \sigma_k^2 & 0 & \sigma_k^2 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Забегая вперед, отметим, что ARX модель с одним лагом темпов роста ВВП дает, на наш взгляд, завышенные оценки трендового темпа роста ВВП в период после 2015 г. В работе (Полбин, 2020) упоминалось, что модель с двумя лагами темпов роста ВВП и цен на нефть показывает более стабильные траектории трендового роста при изменении выборки, на которой оценивалась модель. Поэтому также рассматривается модель ARX с двумя лагами темпов роста ВВП и цен на нефть:

$$\begin{aligned} \Delta \ln y_t - \mu_t &= \sum_{i=1}^2 a_i (\Delta \ln y_{t-i} - \mu_{t-i}) + \sum_{j=0}^2 \beta_j \Delta \ln(\text{poil}_{t-j}) + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2), \\ \mu_t &= \mu_{t-1} + u_t, \quad u_t \sim N(0, \sigma_u^2), \\ \ln(\text{poil}_t) &= \ln(\text{poil}_{t-1}) + k_t, \quad k_t \sim N(0, \sigma_k^2). \end{aligned}$$

В пространстве состояний модель выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}
 x_t &= [\Delta \ln y_t, \Delta \ln(\text{poil}_t)]', \\
 z_t &= [\Delta \ln y_t, \Delta \ln y_{t-1}, \mu_t, \mu_{t-1}, \Delta \ln(\text{poil}_t), \Delta \ln(\text{poil}_{t-1})]', \\
 \omega_t &= [\varepsilon_t + u_t + \beta_0 k_t, 0, u_t, 0, \beta_0 k, 0]', \\
 H &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & 1-a_1 & -a_2 & \beta_1 & \beta_2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \\
 Q &= \begin{bmatrix} \sigma_\varepsilon^2 + \sigma_u^2 + \beta_0^2 \sigma_k^2 & 0 & \sigma_u^2 & 0 & \beta_0 \sigma_k^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sigma_u^2 & 0 & \sigma_u^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_0 \sigma_k^2 & 0 & 0 & 0 & \sigma_k^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

Также в работе используется несколько моделей со стохастическим трендом для уровня ВВП, основанные на работе Кларка (Clark, 1987). Модель Кларка часто является фундаментом для структурных моделей, в которых решается задача декомпозиции выпуска на трендовую и циклическую компоненты и их дальнейшего использования, например, для оценки кривой Филлипса (Basistha, Nelson, 2007; Berger et al., 2016), закона Оукена (Sinclair, 2009) и других.

Первая рассматриваемая спецификация является оригинальной моделью Кларка, в рамках которой реальный выпуск раскладывается на потенциальный (трендовый) и циклический, в предположении, что темп роста потенциального выпуска следует процессу случайного блуждания с меняющимся во времени сносом:

$$\begin{aligned}
 \ln y_t &= \tau_t + c_t, \\
 \tau_t &= \mu_t + \tau_{t-1} + \eta_t, \quad \eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2), \\
 \mu_t &= \mu_{t-1} + u_t, \quad u_t \sim N(0, \sigma_u^2), \\
 c_t &= \varphi_1 c_{t-1} + \varphi_2 c_{t-2} + \xi_t, \quad \xi_t \sim N(0, \sigma_\xi^2),
 \end{aligned}$$

где y_t — реальный ВВП, τ_t — трендовая компонента ВВП, μ_t — темп трендового роста ВВП, описываемый процессом случайного блуждания, c_t — циклическая компонента ВВП, задаваемая стационарным AR(2) процессом.

В пространстве состояний модель может быть записана следующим образом:

$$x_t = [\ln y_t]', \quad z_t = [\tau_t, \mu_t, c_t, c_{t-1}]', \quad \omega_t = [\eta_t + u_t, u_t, \xi_t, 0]',$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_1 & \varphi_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} \sigma_\eta^2 + \sigma_u^2 & \sigma_u^2 & 0 & 0 \\ \sigma_u^2 & \sigma_u^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\xi^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Цены на нефть в описанной выше модели не участвуют. Поэтому рассматривается несколько модификаций исходной модели, учитывающих влияние нефтяных цен. Всего будет рассмотрено три модификации.

Первая модификация модели Кларка подразумевает влияние цен на нефть только на циклическую компоненту выпуска. Увеличение темпов роста цен на нефть приводит к росту циклической компоненты выпуска и не оказывает влияния на трендовую компоненту:

$$\ln y_t = \tau_t + c_t, \quad \tau_t = \mu_t + \tau_{t-1} + \eta_t, \quad \mu_t = \mu_{t-1} + u_t, \quad \eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2), \quad u_t \sim N(0, \sigma_u^2),$$

$$c_t = c_t^{oil} + c_t^{nonoil}, \quad c_t^{oil} = \rho c_{t-1}^{oil} + \beta_1 k_t, \quad c_t^{nonoil} = \varphi_1 c_{t-1}^{nonoil} + \varphi_2 c_{t-2}^{nonoil} + \xi_t, \quad \xi_t \sim N(0, \sigma_\xi^2),$$

$$\ln(poil_t) = \ln(poil_{t-1}) + k_t, \quad k_t \sim N(0, \sigma_k^2),$$

где c_t^{oil} и c_t^{nonoil} — циклические компоненты ВВП, зависящие и не зависящие, соответственно, от цен на нефть.

В форме пространства состояний первая модификация выглядит следующим образом:

$$x_t = [\ln y_t, \ln(poil_t)]', \quad z_t = [\tau_t, \mu_t, c_t^{oil}, c_t^{nonoil}, c_{t-1}^{nonoil}, \ln(poil_t)]',$$

$$\omega_t = [u_t + \eta_t, u_t, \beta_1 k_t, \xi_t, 0, k_t]',$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varphi_1 & \varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} \sigma_u^2 + \sigma_\eta^2 & \sigma_u^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sigma_u^2 & \sigma_u^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_1^2 \sigma_k^2 & 0 & 0 & \beta_1 \sigma_k^2 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_\xi^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_1 \sigma_k^2 & 0 & 0 & \sigma_k^2 \end{bmatrix}.$$

Во второй модификации модели Кларка полагаем, что цены на нефть влияют только на трендовую компоненту выпуска и не вызывают циклического роста, т. е. перманентное увеличение цен на нефть изменяет уровень трендовой компоненты:

$$\begin{aligned}\ln y_t &= \tau_t + c_t, \quad \tau_t = \tau_t^{oil} + \tau_t^{nonoil}, \quad \tau_t^{nonoil} = \tau_{t-1}^{nonoil} + \mu_t + \eta_t, \quad \eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2), \\ \mu_t &= \mu_{t-1} + u_t, \quad u_t \sim N(0, \sigma_u^2), \quad \tau_t^{oil} = \beta_0 \ln poil_t, \\ c_t &= \varphi_1 c_{t-1} + \varphi_2 c_{t-2} + \xi_t, \quad \xi_t \sim N(0, \sigma_\xi^2), \quad \ln(poil_t) = \ln(poil_{t-1}) + k_t, \quad k_t \sim N(0, \sigma_k^2),\end{aligned}$$

где τ_t^{oil} , τ_t^{nonoil} — трендовая компонента ВВП, зависящая и не зависящая от цен на нефть соответственно.

В форме пространства состояний данная модификация выглядит следующим образом:

$$x_t = [\ln y_t, \ln(poil_t)]', \quad z_t = [\tau_t, \tau_t^{nonoil}, \mu_t, c_t, c_{t-1}, \ln(poil_t)]',$$

$$\omega_t = [\eta_t + u_t + \beta_0 k_t, \eta_t + u_t, u_t, \xi_t, 0, k_t]',$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & \beta_0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varphi_1 & \varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} \sigma_u^2 + \sigma_\eta^2 + \beta_0^2 \sigma_k^2 & \sigma_u^2 + \sigma_\eta^2 & \sigma_u^2 & 0 & 0 & \beta_0 \sigma_k^2 \\ \sigma_u^2 + \sigma_\eta^2 & \sigma_u^2 + \sigma_\eta^2 & \sigma_u^2 & 0 & 0 & 0 \\ \sigma_u^2 & \sigma_u^2 & \sigma_u^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_\xi^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_0 \sigma_k^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_k^2 \end{bmatrix}.$$

Третья модификация модели Кларка предполагает, что цены на нефть влияют как на циклическую, так и трендовую компоненты ВВП. Данная модификация, пожалуй, является наиболее реалистичной. Похожая модель использовалась в работе (Polbin, 2021). Ее можно записать в следующем виде:

$$\ln y_t = \tau_t^{oil} + \tau_t^{nonoil} + c_t^{oil} + c_t^{nonoil}, \quad \tau_t^{oil} = \beta_0 \ln(poil_t), \quad \tau_t^{nonoil} = \tau_{t-1}^{nonoil} + \mu_t + \eta_t, \quad \eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2),$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + u_t, \quad u_t \sim N(0, \sigma_u^2), \quad c_t^{oil} = \rho c_{t-1}^{oil} + \beta_1 k_t, \quad c_t^{nonoil} = \varphi_1 c_{t-1}^{nonoil} + \varphi_2 c_{t-2}^{nonoil} + \xi_t,$$

$$\xi_t \sim N(0, \sigma_\xi^2),$$

$$\ln(poil_t) = \ln(poil_{t-1}) + k_t, \quad k_t \sim N(0, \sigma_k^2).$$

Или же в форме пространства состояний:

$$x_t = [\ln y_t, \ln(\text{poil}_t)]', \quad z_t = [\tau_t^{\text{oil}}, \tau_t^{\text{nonoil}}, \mu_t, c_t^{\text{oil}}, c_t^{\text{nonoil}}, c_{t-1}^{\text{nonoil}}, \ln(\text{poil}_t)]',$$

$$\omega_t = [\beta_0 k_t, u_t + \eta_t, u_t, \beta_1 k_t, \xi_t, 0, k_t]'$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \varphi_1 & \varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} \beta_0^2 \sigma_k^2 & 0 & 0 & \beta_0 \beta_1 \sigma_k^2 & 0 & 0 & \beta_0 \sigma_k^2 \\ 0 & \sigma_\eta^2 + \sigma_u^2 & \sigma_u^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_u^2 & \sigma_u^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_0 \beta_1 \sigma_k^2 & 0 & 0 & \beta_1^2 \sigma_k^2 & 0 & 0 & \beta_1 \sigma_k^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_\xi^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_0 \sigma_k^2 & 0 & 0 & \beta_1 \sigma_k^2 & 0 & 0 & \sigma_k^2 \end{bmatrix}.$$

3. Прогнозирование и оценивание темпов долгосрочного роста

3.1. Сравнение прогнозных качеств

В работе используются данные Росстата по реальному ВВП⁴ в квартальном выражении на выборке с 1999 г. по четвертый квартал 2020 г. Единый ряд ВВП получен путем сцепки рядов в разных ценах на основе данных ВВП, описание процедуры см. в (Polbin, Fokin, 2021). Итоговый ряд очищен от мультипликативной сезонной компоненты процедурой X-12 ARIMA. Данные по месячной номинальной цене на нефть марки BRENT получены с сайта Федеральной резервной системы (FRED)⁵. Ряд номинальной цены дефлируется на сезонно-сглаженный долларовой ИПЦ, который также получен с сайта FRED. Квартальная реальная цена на нефть рассчитывается путем усреднения по соответствующим месячным наблюдениям.

Для измерения прогнозной силы рассматриваемых моделей рассчитываются псевдо-вневыборочные наукасты и прогнозы на 4 квартала вперед. Для удобства будем называть наукаст нулевым шагом прогноза. При наукастинге на основе моделей, в которых присутствует

⁴ См. <https://rosstat.gov.ru/accounts>.

⁵ См. <https://fred.stlouisfed.org/series/mcoilbrenteu>.

цена на нефть, значение цены на нефть считается известным за квартал. В предположении, что цены на нефть следуют процессу случайного блуждания, в качестве прогнозов темпа роста нефтяных цен на оставшиеся четыре квартала используются нулевые значения. Соответственно, для прогноза логарифма уровня нефтяных цен используется последнее известное значение. Тестовая выборка является достаточно большой для квартальных российских данных (28 точек), и содержит семь полных лет — с первого квартала 2014 г. по четвертый квартал 2020 г.

Применяется стандартная схема псевдо-вневыборочного прогнозирования, в рамках которой при оценке модели не используются точки, на которые будет построен прогноз. Пусть вся выборка имеет длину T , а тестовая выборка начинается с точки $S+1$. Каждая модель с выбранным набором лагов (см. табл. 1) оценивается на выборке до точки S включительно, затем строятся прогнозы на точки $S+1, \dots, S+5$, где прогноз на $S+1$ является наукастом. Затем модели переоцениваются на выборке с включением точки $S+1$, и строятся прогнозы на точки $S+2, \dots, S+6$, где прогноз на $S+2$ есть наукаст. Такая процедура производится, пока $S < T$. В результате получим $T-S$ наукастов, $T-S-1$ прогнозов на 1 шаг вперед, $T-S-2$ прогнозов на 2 шага вперед, $T-S-3$ прогнозов на 3 шага вперед и $T-S-4$ прогнозов на 4 шага вперед.

В различных модификациях модели Кларка первоначально получается прогноз логарифма уровня ВВП, а затем берется первая разность с целью сопоставления результатов с остальными моделями, которые записаны в первых разностях. При построении прогнозов на основе моделей со стохастическим трендом, которые оцениваются с помощью фильтра Калмана, наукаст строится как условный прогноз на основе алгоритма (Camba-Mendez, 2012).

В таблице 2 для всех рассматриваемых моделей приведены значения корня из среднеквадратической ошибки (RMSE), вычисляемые для каждого шага прогноза h по формуле

$$RMSE_h = \sqrt{\frac{1}{T-S-h} \sum_{t=S+1+h}^T (\Delta \ln y_t - \Delta \ln y_{t,h}^f)^2},$$

где $\Delta \ln y_t$ — фактическое значение, а $\Delta \ln y_{t,h}^f$ — спрогнозированное значение на шаге h .

Согласно табл. 2, лучшей на шаге наукаста и первых двух шагах прогноза оказывается ЕСМ модель со структурным сдвигом. На третьем и четвертом шаге прогноза наиболее точной оказывается другая модель с детерминированным трендом — ARX модель со структурным сдвигом. Таким образом, на всех шагах прогноза наилучшими оказываются модели со сдвигом в детерминированном тренде. Среди моделей со стохастическим трендом лучшей на шаге наукаста и первом шаге прогноза оказывается первая модификация модели Кларка, на втором шаге прогноза — вторая модификация модели Кларка, а на последних двух шагах — модель ARX(2,2) с меняющимся во времени долгосрочным темпом роста. Стоит отметить, что на последних шагах прогноза различие между лучшими моделями из обоих классов минимально. Так, при прогнозе на 4 шага вперед отношение RMSE ARX(2,2) со стохастическим трендом к ARX(1,1) со структурным сдвигом составляет 0.99. Тем самым нельзя сказать, что в прогнозах на длинные горизонты и, видимо, при оценке долгосрочных темпов роста, между моделями с детерминированными и стохастическими трендами наблюдается какая-то существенная разница.

Таблица 2. Корни из среднеквадратических ошибок (RMSE) на каждом шаге прогноза

Модель	Шаг прогноза				
	$h = 0$ (наукаст)	$h = 1$	$h = 2$	$h = 3$	$h = 4$
<i>Модели с детерминированным трендом</i>					
AR(1)	0.02697	0.02327	0.02278	0.02274	0.02322
AR(1) со структурным сдвигом	0.02143	0.02153	0.02127	0.02151	0.02198
ARX(2,0)	0.02040	0.02170	0.02257	0.02241	0.02299
ARX(1,1) со структурным сдвигом	0.01873	0.02135	0.02136	0.02141	0.02188
ECM(2,0)	0.01606	0.02224	0.02314	0.02321	0.02364
ECM(2,0) со структурным сдвигом	0.01477	0.02085	0.02102	0.02164	0.02188
<i>Модели со стохастическим трендом</i>					
AR(1)	0.02669	0.02304	0.02233	0.02204	0.02247
ARX(1,0)	0.02058	0.02159	0.02229	0.02182	0.02242
ARX(2,2)	0.01991	0.02180	0.02187	<u>0.02159</u>	<u>0.02206</u>
Модель Кларка	0.02664	0.02246	0.02185	0.02180	0.02219
Первая модификация модели Кларка	<u>0.01825</u>	<u>0.02108</u>	0.02184	0.02189	0.02235
Вторая модификация модели Кларка	0.01938	0.02137	<u>0.02171</u>	0.02161	0.02210
Третья модификация модели Кларка	0.01993	0.02184	0.02215	0.02187	0.02241

Примечание. Жирным шрифтом выделены лучшие модели на каждом шаге прогноза из обоих классов, как с детерминированным, так и со стохастическим трендом. Подчеркиванием отмечены лучшие на каждом шаге модели в своем классе.

Наиболее интересным является вопрос о статистически значимом улучшении прогнозов при добавлении в модель структурного сдвига (или меняющего во времени тренда). Перейдем к формальному тестированию гипотезы об одинаковой прогнозной силе моделей со сдвигами и моделей без сдвигов. Для этого будем использовать тест (Diebold, Mariano, 2002), в рамках которого нулевая гипотеза состоит в равенстве математических ожиданий функций потерь $g(z)$ (например, квадратичных $g(z) = z^2$ или модульных $g(z) = |z|$) от ошибок прогноза e_{1t} и e_{2t} по двум конкурирующим моделям:

$$H_0 : E g(e_{1t}) = E g(e_{2t}) \quad \text{против} \quad H_A : E g(e_{1t}) \neq E g(e_{2t}).$$

Статистика данного теста асимптотически имеет стандартное нормальное распределение, см. (Diebold, Mariano, 2002).

Далее попарно протестируем с помощью Diebold–Mariano теста прогнозы на всех шагах. Если в одной модели присутствуют цены на нефть, то и в конкурирующей модели они должны участвовать, и наоборот, если цены на нефть отсутствуют, то в обеих моделях. Таким образом, будем тестировать наличие прироста в точности прогноза именно за счет включения структурного сдвига, а не цен на нефть. Однако не все рассмотренные модели в данной статье явно противопоставляются друг другу с точки зрения наличия структурного сдвига. Так, например, есть явные пары конкурирующих моделей: AR со структурным сдвигом или стохастическим трендом против AR модели, ARX модель со структурным сдвигом или стохастическим трендом против ARX модели, ECM модель со структурным сдвигом против ECM модели. Для моделей Кларка явных моделей с неизменным темпом роста

трендовой компоненты нет, поэтому исходную модель Кларка будем тестировать против AR модели без сдвига, т. к. в оригинальной модели цены на нефть отсутствуют, а модификации модели Кларка протестируем против ARX и ECM моделей без структурных сдвигов. При тестировании используется квадратичная функция потерь. Результаты тестирования представлены в табл. 3.

Таблица 3. *P*-значения теста Diebold–Mariano

Модели	$h = 0$ (наукаст)	$h = 1$	$h = 2$	$h = 3$	$h = 4$
AR(1) со стохастическим трендом против AR(1)	0.1683	0.6248	0.1159	0.2836	0.0043***
Модель Кларка против AR(1)	0.1438	0.5964	0.1375	0.0520*	0.0444**
AR(1) со структурным сдвигом против AR(1)	0.1433	0.6423	0.1359	0.0523*	0.0606*
ARX(1,0) со стохастическим трендом против ARX	0.5930	0.6554	0.1085	0.0002***	0.0136**
ARX(2,2) со стохастическим трендом против ARX	0.3253	0.1614	0.0526*	0.0399**	0.0615*
Первая модификация модели Кларка против ARX	0.5876	0.7346	0.5356	0.5831	0.0020***
Вторая модификация модели Кларка против ARX	0.6778	0.7272	0.2163	0.3857	0.0000***
Третья модификация модели Кларка против ARX	0.2560	0.9036	0.2323	0.0000***	0.0056***
ARX со структурным сдвигом против ARX	0.0135**	0.7881	0.0566*	0.0090***	0.0254**
Первая модификация модели Кларка против ECM	0.1175	0.5950	0.3018	0.2990	0.0234**
Вторая модификация модели Кларка против ECM	0.1977	0.4978	0.0992*	0.0001***	0.0276**
Третья модификация модели Кларка против ECM	0.4363	0.5619	0.0965*	0.0101**	0.0820*
ECM со структурным сдвигом против ECM	0.0652*	0.0592*	0.0642*	0.0165**	0.0416**

Примечание. *** — $p < 0.01$, ** — $p < 0.05$, * — $p < 0.1$.

Согласно проведенному тесту, на последнем шаге прогноза на 10%-ном уровне значимости нулевая гипотеза об одинаковой прогнозной силы повсеместно отвергается. Для 11 из 13 пар нулевая гипотеза отвергается на 5%-ном уровне. На предпоследнем шаге прогноза нулевая гипотеза отвергается для 9 пар на 10%-ном уровне и для 7 пар на 5%-ном уровне. Примечательными являются результаты тестирования пар ECM со структурным сдвигом против ECM и ARX со структурным сдвигом против ARX. В первой паре на всех шагах прогноза нулевая гипотеза отвергается на 10%-ном уровне, на двух последних шагах отвергается на 5%-ном уровне. В паре ARX моделей со сдвигом и без него на шаге наукаста, а также двух последних шагах, отвержение наблюдается на 5%-ном уровне значимости, а на втором шаге гипотеза отвергается на 10%-ном уровне.

Полученные результаты являются свидетельством значимого улучшения качества прогнозов при добавлении структурного сдвига или стохастического тренда в модель на дальних горизонтах прогноза, а в ряде случаев — и при наукастинге. Такой результат вполне объясним. Как было упомянуто ранее, прогнозы по стационарным моделям сходятся при долгосрочном прогнозировании к своему безусловному среднему. На первых шагах прогноза изменяющиеся (при наукастинге они известны) цены на нефть могут вносить большую вариацию в прогноз, однако их вклад затухает с ростом горизонта прогнозирования. Эти же рассуждения применимы и к моделям в уровнях (моделям Кларка), с поправкой на то, что их прогнозы сходятся к трендовому уровню в долгосрочной перспективе, а циклическая компонента стационарна и затухает при отсутствии шоков.

3.2. Оценки долгосрочных темпов роста ВВП

В таблице 4 приведены оценки долгосрочного темпа роста ВВП РФ для периодов 1999Q1–2007Q2, 2007Q3–2014Q4 (до точки начала рецессии 2015 г.), а также 2015Q1–2020Q4. Последний промежуток выбран для того, чтобы проверить, определяют ли модели со стохастическим трендом замедление долгосрочных темпов роста ВВП после 2015 г.

Таблица 4. Оценки годовых темпов трендового роста российского ВВП в моделях со структурным сдвигом и ценами на нефть

Детерминированный тренд			Стохастический тренд			
Модель	Период		Модель	Период		
	1999Q1– 2007Q2	2007Q3– 2020Q4		1999Q1– 2007Q2	2007Q3– 2014Q4	2015Q1– 2020Q4
ARX со сдвигом	5.4%	1.5%	ARX(1,0)	4.1%	2.7%	2.2%
			ARX(2,2)	4.6%	2.5%	1.9%
ЕСМ со сдвигом	5.5%	1.5%	Первая модификация модели Кларка	4.9%	2.5%	1.5%
			Вторая модификация модели Кларка	5.0%	2.7%	1.5%
			Третья модификация модели Кларка	4.2%	2.6%	2.0%

Как видно из табл. 4, модели дают в целом схожие оценки трендовых темпов роста как с упомянутыми ранее моделями из других работ, так и между собой. Несколько отличающиеся оценки получаются по ARX моделям со стохастическим трендом, а также по третьей модификации модели Кларка. По этим моделям оценки на периоде 1999Q1–2007Q2 занижены относительно других моделей, а на периоде после 2007Q2 — завышены. Более разумные оценки дает модель с двумя лагами. Как отмечалось ранее, замедление долгосрочных темпов роста после структурного сдвига в третьем квартале 2007 г. является довольно существенным: от примерно 5% по большинству моделей до 1.5% (с 2007 г. до конца выборки).

Модели со стохастическим трендом также обнаруживают замедление около 2015 г., однако значительно менее сильное. В настоящее время долгосрочные темпы роста по моделям, которые дают лучшее качество прогнозов на четыре шага вперед, а именно ARX и ECM со сдвигами, идентичны и составляют 1.5% в год. Заметим, что эти оценки фактически очищены от влияния цен на нефть и являются темпами роста структурной (трендовой) компоненты ВВП.

Для наглядной визуализации масштабов замедления темпов долгосрочного роста российского ВВП обратимся к рис. 1. На нем представлены траектории трендового темпа роста ВВП РФ, оцененные по моделям обоих классов с наиболее качественными прогнозами на последних шагах (ARX модель со структурным сдвигом и первая модификация модели Кларка).

Рис. 1. Оценки долгосрочного темпа роста российского ВВП на основе ARX модели со сдвигом и первой модификации модели Кларка

Отметим, что несмотря на наличие точек кризисного 2020 г., которые являются «сильными выбросами», трендовые темпы роста по рассматриваемым моделям ведут себя адекватно и не уходят, например, в отрицательную область. Однако доверительный интервал для трендовых темпов роста первой модификации модели Кларка начинает накрывать ноль в окрестности 2020 г.

4. Сравнение качества прогнозов с другими работами

Как было показано в предыдущем разделе, в попарном сравнении очень часто модели со структурным сдвигом или стохастическим меняющимся во времени трендом дают статистически значимо более качественный прогноз на 3–4 шагах, чем аналогичные модели без учета структурного сдвига. В случае пар ECM и ARX со структурным сдвигом против ECM и ARX без сдвигов на 10 и 5%-ном уровне соответственно, наблюдается улучшение качества наукаста при добавлении структурного сдвига. Это показывает важность учета структурных сдвигов при прогнозировании российского ВВП. Однако полученный результат обладает научной и прикладной ценностью только при условии, что модели со структурным

сдвигом дают качественный прогноз темпа роста ВВП. Другими словами, даже статистически значимое улучшение неточного прогноза не является сильным результатом.

В данном разделе сравнивается качество прогнозов рассмотренных моделей и других работ по прогнозированию российского ВВП, а именно, (Mikosch, Solanko, 2019) и (Станкевич, 2020). Выбор этих работ обусловлен, в первую очередь, близкими тестовыми выборками, а во вторую очередь, подробно изложенными алгоритмами измерения качества прогнозов.

Важно отметить, что в настоящей работе сознательно рассматривались достаточно простые спецификации моделей с ценами на нефть в качестве единственного предиктора, помимо запаздывающих разностей логарифма ВВП. Как было отмечено выше, а также во многих отечественных и зарубежных работах, цены на нефть являются важнейшей фактором для российской экономики. Согласно результатам предыдущего раздела, независимо от наличия цен на нефть в модели добавление структурного сдвига или меняющегося во времени темпа трендового роста позволяет значимо улучшить прогноз.

В настоящем исследовании не решается задача построения максимально качественной прогнозной модели, а демонстрируется статистически значимое улучшение качества прогнозов при добавлении структурных сдвигов. Помимо увеличения точности прогнозов, моделирование сдвигов в долгосрочном росте необходимо при структурном анализе: построении структурных моделей, выделении трендовых и циклических компонент и оценок моделей с их участием (кривая Филлипса, закон Оукена и др.).

В работе (Mikosch, Solanko, 2019) рассматриваются MIDAS модели (Ghysels et al., 2004), а также связующие уравнения (модель Bridge) для наукастинга и прогнозирования ВВП на один шаг вперед. Авторы прогнозируют темп роста ВВП к аналогичному кварталу предыдущего года с помощью большого числа показателей месячной частоты. В работе оцениваются отдельные модели для темпа роста ВВП с включением только одной из множества рассматриваемых месячных переменных в правую часть, а затем комбинируются прогнозы по всем таким моделям и горизонтам прогноза. Авторы измеряют качество псевдо-вневыборочных прогнозов на тестовой выборке 2008–2016 гг., разбивая ее на две части: 2008–2011 и 2012–2016 гг. Бенчмарком выступает скользящее среднее темпа роста ВВП к аналогичному кварталу предыдущего года на периоде оценивания моделей, а метрикой качества — отношение RMSE модели к RMSE бенчмарка.

Сопоставим прогнозы моделей обоих классов, лучших как в наукастинге, так и на первом шаге, а именно, ECM модели со структурным сдвигом и первой модификации модели Кларка с комбинированными прогнозами по моделям из работы (Mikosch, Solanko, 2019) на выборке 2012–2016 гг. Тестовая выборка с 2008 г. не подходит для сравнения, так как при ее использовании для оценки параметров ECM модели и сравнения прогнозов на ее основе недостаточно точек, с учетом того, что сдвиг датируется третьим кварталом 2007 г.

Во втором разделе при выборе лагов ECM модели использовалась выборка до 2013Q4, что делает сравнение с моделями (Mikosch, Solanko, 2019) несколько некорректным, так как точки тестовой выборки участвуют в выборке, на которой выбирается порядок модели. В связи с этим на основе критерия Шварца была выбрана модель с одним лагом темпов роста ВВП и текущим темпом роста цен на нефть на выборке 1999Q1–2011Q4.

Стоит также отметить, что абсолютной сопоставимости условий при сравнении качества прогнозов с другими работами добиться всегда достаточно сложно. Так, например в статистике происходят регулярные пересмотры и изменения в методологии расчетов. Кроме того, в данной работе используются модели, предназначенные, как правило, для работы

с очищенным от сезонности рядом ВВП в первых разностях, например ЕСМ модели, а в упомянутых работах (Mikosch, Solanko, 2019; Станкевич, 2020) прогнозируется годовой темп роста ВВП, рассчитанный на основе сырых данных. Если рассчитывать ряд темпов роста ВВП к аналогичному кварталу предыдущего года на основе сезонно-сглаженного уровня (X-12 ARIMA, мультипликативная сезонность), и на основе сырого уровня ВВП, ряды получатся практически идентичными. То есть на основе рассматриваемых в настоящем исследовании моделей можно из прогнозов первых логразностей получить прогнозы логуровней, а затем рассчитать прогноз темпов роста квартала к аналогичному кварталу прошлого года, что и будет сделано для сравнения.

Очищение от сезонности производится на полной выборке, включая тестовую, что, конечно, смягчает условия сравнения, однако, как было отмечено ранее, в настоящей работе не ставится задачи построения максимально качественных моделей, в отличие от работ, с которыми производится сравнение качества прогнозов. Методология, изложенная в данной статье, потенциально может быть использована и при работе с прогнозными моделями на больших информационных множествах, например: байесовские векторные авторегрессии (BVAR), байесовские векторные авторегрессии с данными смешанной частотности (MFBVAR), динамические факторные модели (DFM) и другие.

В таблице 5 представлены результаты сравнения точности прогнозов с работой (Mikosch, Solanko, 2019).

Таблица 5. Сравнение качества прогнозов рассмотренных моделей и моделей из (Mikosch, Solanko, 2019)

Модель	Наукаст, тестовая выборка 2012Q1–2016Q4	Прогноз на один шаг вперед, тестовая выборка 2012Q1–2016Q4
<i>Лучшие модели с детерминированным и стохастическим трендами на шаге наукаста и на один шаг вперед</i>		
ЕСМ модель со структурным сдвигом	0.26	0.51
Первая модификация модели Кларка	0.27	0.49
<i>Комбинированные прогнозы по моделям из работы (Mikosch, Solanko, 2019)</i>		
MIDAS	0.33	0.49
U-MIDAS	0.32	0.49
Связующие уравнения	0.32	0.43
Все классы (MIDAS, U-MIDAS, связующие уравнения)	0.32	0.47

Как видно из таблицы, ЕСМ со сдвигом и первая модификация модели Кларка оказываются несколько более качественными при наукасте, чем комбинированные прогнозы MIDAS, U-MIDAS и связующих уравнений. При прогнозе на один шаг вперед модели оказываются немного хуже. Важно отметить, что авторы рассчитывают средние значения RMSE по горизонтам прогнозирования. При наукастинге рассчитываются RMSE при доступности данных в правой части за первый месяц квартала, первый и второй месяцы квартала и все три месяца квартала. Прогноз на основе ЕСМ модели со сдвигом и модификации модели Кларка строится при известной за весь квартал цене на нефть на шаге наукаста и неизвестной цене на нефть при прогнозе на один квартал вперед. Таким образом, можно заключить,

что прогнозы по рассматриваемым моделями сопоставимы по точности с полученными по моделям из работы (Mikosch, Solanko, 2019).

В работе (Станкевич, 2020) рассматриваются модели данных смешанной частотности (MIDAS и MFBVAR (Schorfheide, Song, 2015)) для наукастинга темпов роста ВВП к аналогичному кварталу предыдущего года. Автор рассматривает две тестовые выборки. Первая выборка содержит 10 точек (2016Q3–2018Q4), вторая состоит из 20 точек и является более разнородной (2014Q1–2018Q4). В качестве месячных предикторов используются индексы промышленного производства; индекс реального объема сельскохозяйственного производства; индекс реального объема работ, выполненных по виду деятельности «Строительство»; ввод в действие жилых домов; коммерческий грузооборот транспорта и индекс реального оборота розничной торговли. По аналогии с (Mikosch, Solanko, 2019) автор использует указанные месячные показатели по отдельности в MIDAS моделях, однако прогнозы на основе парных моделей не комбинируются, как в (Mikosch, Solanko, 2019). Дополнительно переменные отбираются с помощью методов $L1$ -регуляризации (LASSO). Также проводится сравнение MIDAS моделей с различными полиномиальными спецификациями.

Качество прогнозов измеряется с помощью средней абсолютной ошибки прогноза (MAE):

$$MAE = \frac{1}{T-S} \sum_{t=S+1}^T |\Delta_4 \ln y_t - \Delta_4 \ln y_t^f|,$$

где $\Delta_4 \ln y_t$ и $\Delta_4 \ln y_t^f$ — фактические и прогнозные значения темпов роста ВВП к аналогичному кварталу предыдущего года. В (Станкевич, 2020) представлены величины MAE (в %). Сравним качество наших лучших на шаге наукаста моделей обоих классов с лучшими моделями из (Станкевич, 2020) на обеих тестовых выборках. Результаты представлены в табл. 6.

Таблица 6. Сравнение качества прогнозов рассмотренных моделей с моделями (Станкевич, 2020)

Модель	Тестовая выборка 2016Q3–2018Q4	Тестовая выборка 2014Q1–2018Q4
<i>Лучшие модели с детерминированным и стохастическим трендами на шаге наукаста</i>		
ЕСМ модель со структурным сдвигом	0.62	0.75
Первая модификация модели Кларка	0.90	1.05
<i>Модели из работы (Станкевич, 2020)</i>		
U-MIDAS с реальным оборотом розничной торговли	1.08	1.64
MIDAS с $nealmon$ -полиномом	1.10	1.62
MIDAS с $almonp$ -полиномом	0.96	1.61
MIDAS с $gompertz$ -полиномом	1.10	1.62
MIDAS с $beta$ -полиномом	1.08	1.60
LASSO-U-MIDAS с отбором переменных	0.71	1.54
ALASSO-U-MIDAS с отбором переменных	0.61	1.28
PC-LASSO-U-MIDAS с отбором переменных	0.67	1.38
PC-ALASSO-U-MIDAS с отбором переменных	0.71	1.59
MFBVAR	0.23	0.55

На короткой тестовой выборке 2016Q3–2018Q4 лучшей по MAE, не считая MFBVAR, оказывается модель ALASSO-U-MIDAS с отбором переменных ($MAE = 0.61$), однако к ней максимально близка ECM модель со структурным сдвигом и средней абсолютной ошибкой 0.62. На тестовой выборке 2014Q1–2018Q4 обе модели из данной работы оказываются наиболее точными, не считая MFBVAR модели. Если включать MFBVAR в рассмотрение, она, ожидаемо, оказывается наиболее точной на обеих тестовых выборках. В данной модели участвует большое количество опережающих месячных показателей, перечисленных ранее, в отличие от различных парных спецификаций MIDAS моделей. На короткой тестовой выборке разница между MAE ECM и MAE MFBVAR моделями представляется весьма существенной (0.39). Однако она значительно сокращается (до 0.2) при рассмотрении более длинной тестовой выборки, и примерно такая же разница наблюдается при сравнении моделей из (Станкевич, 2020) между собой, например, PC-LASSO-U-MIDAS с отбором переменных и PC-ALASSO-U-MIDAS с отбором переменных.

Таким образом, и в данном сравнении можно считать рассмотренные модели сопоставимыми с моделями (Станкевич, 2020). Конечно, MFBVAR значительно выделяется за счет использования большого количества информации. Однако, как уже упоминалось, предложенная методология может быть обобщена для моделей, оцениваемых с использованием большого информационного множества, например MFBVAR. Задача сравнения качества прогнозов (в том числе на несколько шагов вперед) на основе MFBVAR или других прогнозных многомерных моделей с учетом замедления долгосрочных темпов роста и без его учета представляется интересной задачей для дальнейших исследований.

5. Заключение

В настоящей работе рассмотрена методология построения моделей со структурными сдвигами в детерминированном тренде, а также с меняющимся во времени стохастическим трендом применительно к прогнозированию российского ВВП.

Показано, что учет структурного сдвига или наличие стохастического тренда в модели позволяет получить статистически значимо более точные прогнозы на 3–4 шага вперед по сравнению с моделями с постоянным темпом роста структурной компоненты. В ряде случаев улучшение качества наблюдается и на более коротких горизонтах прогнозирования. Предложенные модели оказываются сопоставимыми с различными спецификациями MIDAS моделей при наукастинге и прогнозировании ВВП на один шаг вперед, несмотря на их относительную простоту и единственный экзогенный предиктор, которым является реальная цена на нефть.

Поскольку модели демонстрируют хорошее качество прогнозов, а за счет моделирования меняющегося во времени тренда удастся значимо улучшить прогноз, результаты данной работы указывают на важность учета структурных сдвигов при прогнозировании российского ВВП, несмотря на то что данной проблеме редко уделяют внимание в отечественной «модельной» литературе.

Рассмотренная методология может оказаться полезной не только при прогнозировании, но и при моделировании ВВП и структурном анализе: выделении трендовых и циклических компонент и других задачах.

Благодарности. Автор выражает благодарность М. В. Харитоновой за помощь в подготовке статьи, а также А. В. Полбину и двум анонимным рецензентам за ценные комментарии и замечания.

Список литературы

- Идрисов Г., Казакова М., Полбин А. (2014). Теоретическая интерпретация влияния нефтяных цен на экономический рост в современной России. *Экономическая политика*, 5, 150–171.
- Кудрин А., Гурвич Е. (2014). Новая модель роста для российской экономики. *Вопросы экономики*, 12, 4–36.
- Орлова Н. В., Егиев С. К. (2015). Структурные факторы замедления роста российской экономики. *Вопросы экономики*, 12, 69–84.
- Орлова Н. В., Лаврова Н. А. (2019). Потенциальный рост как отражение перспектив российской экономики. *Вопросы экономики*, 4, 5–20.
- Полбин А. В., Скроботов А. А. (2016). Тестирование наличия изломов в тренде структурной компоненты ВВП Российской Федерации. *Экономический журнал Высшей школы экономики*, 20 (4), 588–623.
- Полбин А. В. (2020). Оценка траектории темпов трендового роста ВВП России в ARX-модели с ценами на нефть. *Экономическая политика*, 15 (1), 40–63.
- Синельников-Мурылев С., Дробышевский С., Казакова М. (2014). Декомпозиция темпов роста ВВП России в 1999–2014 годах. *Экономическая политика*, 5, 7–37.
- Скроботов А. А. (2020). Структурные сдвиги и тестирование на единичный корень. *Прикладная эконометрика*, 58, 96–141.
- Станкевич И. П. (2020). Сравнение методов наукастинга макроэкономических индикаторов на примере российского ВВП. *Прикладная эконометрика*, 59, 113–127.
- Alquist R., Kilian L., Vigfusson R. J. (2013). Forecasting the price of oil. *Handbook of Economic Forecasting*, 2, 427–507. Elsevier.
- Barnett W. A., Chauvet M., Leiva-Leon D. (2016). Real-time nowcasting of nominal GDP with structural breaks. *Journal of Econometrics*, 191 (2), 312–324.
- Basistha A., Nelson C. R. (2007). New measures of the output gap based on the forward-looking new Keynesian Phillips curve. *Journal of Monetary Economics*, 54 (2), 498–511.
- Berger T., Everaert G., Vierke H. (2016). Testing for time variation in an unobserved components model for the US economy. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 69, 179–208.
- Benes J., Clinton K., Garcia-Saltos R., Johnson M., Laxton D., Manchev P., Matheson T. (2010). Estimating potential output with a multivariate filter. *IMF Working Paper WP/10/285*. IMF.
- Camba-Mendez G. (2012). Conditional forecasts on SVAR models using the Kalman filter. *Economics Letters*, 115 (3), 376–378.
- Castle J. L., Clements M. P., Hendry D. F. (2016). An overview of forecasting facing breaks. *Journal of Business Cycle Research*, 12 (1), 3–23.
- Clark P. K. (1987). The cyclical component of US economic activity. *The Quarterly Journal of Economics*, 102 (4), 797–814.
- Clements M. P., Hendry D. F. (1998). Forecasting economic processes. *International Journal of Forecasting*, 14 (1), 111–131.

- Clements M., Hendry J. (2002). *A companion to economic forecasting*. Blackwell Publishing.
- Diebold F. X., Mariano R. S. (2002). Comparing predictive accuracy. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20 (1), 134–144.
- Esfahani H. S., Mohaddes K., Pesaran M. H. (2014). An empirical growth model for major oil exporters. *Journal of Applied Econometrics*, 29 (1), 1–21.
- Fokin N., Polbin A. (2019). A bivariate forecasting model for Russian GDP under structural changes in monetary policy and long-term growth. *MPRA Paper*, No. 95794.
- Ghysels E., Santa-Clara P., Valkanov R. (2004). The MIDAS touch: Mixed data sampling regression models. *CIRANO Working Papers 2004s-20*.
- Mikosch H., Solanko L. (2019). Forecasting quarterly Russian GDP growth with mixed-frequency data. *Russian Journal of Money and Finance*, 78 (1), 19–35.
- Kuboniwa M. (2014). A comparative analysis of the impact of oil prices on oil-rich emerging economies in the Pacific Rim. *Journal of Comparative Economics*, 42 (2), 328–339.
- Pesaran M. H., Timmermann A. (2005). Small sample properties of forecasts from autoregressive models under structural breaks. *Journal of Econometrics*, 129 (1–2), 183–217.
- Polbin A. (2021). Multivariate unobserved component model for an oil-exporting economy: The case of Russia. *Applied Economics Letters*, 28 (8), 681–685.
- Polbin A., Fokin N. (2021). Econometric modeling of the balanced potential growth rate of the main Russian macroeconomic variables. *Mathematical Models and Computer Simulations*, 13 (2), 244–253.
- Rautava J. (2004). The role of oil prices and the real exchange rate in Russia's economy — a cointegration approach. *Journal of Comparative Economics*, 32 (2), 315–327.
- Schorfheide F., Song D. (2015). Real-time forecasting with a mixed-frequency VAR. *Journal of Business & Economic Statistics*, 33 (3), 366–380.
- Sinclair T. M. (2009). The relationships between permanent and transitory movements in US output and the unemployment rate. *Journal of Money, Credit and Banking*, 41 (2–3), 529–542.

Поступила в редакцию 01.10.2020;
принята в печать 30.08.2021.

Fokin N. D. The importance of modeling structural breaks in forecasting Russian GDP. *Applied Econometrics*, 2021, v. 63, pp. 5–29.

DOI: 10.22394/1993-7601-2021-63-5-29.

Nikita Fokin

RANEPA, Moscow, Russian Federation;
fokinikita@gmail.com

The importance of modeling structural breaks in forecasting Russian GDP

The paper considers two types of models for forecasting seasonally adjusted Russian GDP under the structural breaks. Models that allow breaks in a deterministic trend, in which the dates of structural breaks are set exogenously, and more flexible class of models — with a stochastic trend are considered. It is shown that modeling a structural break in a deterministic trend or adding a stochastic trend

significantly improves the quality of 3–4 steps ahead forecasts, and sometimes even on shorter horizons, compared to models with a constant trend growth rate.

Keywords: forecasting; real GDP; structural breaks; long-term growth rate; oil prices; Russian economy.

JEL classification: C32; C53.

Acknowledgments. The author is grateful to M. Haritonova for help in preparing the paper, as well as A. Polbin and two anonymous referees for valuable comments and remarks.

References

- Idrisov G., Kazakova M., Polbin A. (2014). A theoretical interpretation of the oil prices impact on economic growth in contemporary Russia. *Economic Policy*, 5, 150–171 (in Russian).
- Kudrin A., Gurvich E. (2014). A new growth model for the Russian economy. *Voprosy Ekonomiki*, 12, 4–36 (in Russian).
- Orlova N., Egiev S. (2015). Structural factors of Russian economic slowdown. *Voprosy Ekonomiki*, 12, 69–84 (in Russian).
- Orlova N., Lavrova N. A. (2019). Potential output as a reflection of Russian economy perspectives. *Voprosy Ekonomiki*, 4, 5–20 (in Russian).
- Polbin A., Skrobotov A. (2016). Testing for structural breaks in the long-run growth rate of the Russian economy. *HSE Economic Journal*, 20 (4), 588–623 (in Russian).
- Polbin A. V. (2020). Estimating time-varying long-run growth rate of Russian GDP in the ARX model with oil prices. *Economic Policy*, 15 (1), 40–63 (in Russian).
- Sinelnikov-Murylev S., Drobyshevsky S., Kazakova M. (2014). Decomposition of GDP growth rates in Russia during 1999–2014. *Economic Policy*, 5, 7–37 (in Russian).
- Skrobotov A. (2020). Survey on structural breaks and unit root tests. *Applied Econometrics*, 58, 96–141 (in Russian).
- Stankevich I. (2020). Comparison of macroeconomic indicators nowcasting methods: Russian GDP case. *Applied Econometrics*, 59, 113–127 (in Russian).
- Alquist R., Kilian L., Vigfusson R. J. (2013). Forecasting the price of oil. *Handbook of Economic Forecasting*, 2, 427–507. Elsevier.
- Barnett W. A., Chauvet M., Leiva-Leon D. (2016). Real-time nowcasting of nominal GDP with structural breaks. *Journal of Econometrics*, 191 (2), 312–324.
- Basistha A., Nelson C. R. (2007). New measures of the output gap based on the forward-looking new Keynesian Phillips curve. *Journal of Monetary Economics*, 54 (2), 498–511.
- Berger T., Everaert G., Vierke H. (2016). Testing for time variation in an unobserved components model for the US economy. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 69, 179–208.
- Benes J., Clinton K., Garcia-Saltos R., Johnson M., Laxton D., Manchev P., Matheson T. (2010). Estimating potential output with a multivariate filter. *IMF Working Paper WP/10/285*. IMF.
- Camba-Mendez G. (2012). Conditional forecasts on SVAR models using the Kalman filter. *Economics Letters*, 115 (3), 376–378.
- Castle J. L., Clements M. P., Hendry D. F. (2016). An overview of forecasting facing breaks. *Journal of Business Cycle Research*, 12 (1), 3–23.
- Clark P. K. (1987). The cyclical component of US economic activity. *The Quarterly Journal of Economics*, 102 (4), 797–814.

- Clements M. P., Hendry D. F. (1998). Forecasting economic processes. *International Journal of Forecasting*, 14 (1), 111–131.
- Clements M., Hendry J. (2002). *A companion to economic forecasting*. Blackwell Publishing.
- Diebold F. X., Mariano R. S. (2002). Comparing predictive accuracy. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20 (1), 134–144.
- Esfahani H. S., Mohaddes K., Pesaran M. H. (2014). An empirical growth model for major oil exporters. *Journal of Applied Econometrics*, 29 (1), 1–21.
- Fokin N., Polbin A. (2019). A bivariate forecasting model for Russian GDP under structural changes in monetary policy and long-term growth. *MPRA Paper*, No. 95794.
- Ghysels E., Santa-Clara P., Valkanov R. (2004). The MIDAS touch: Mixed data sampling regression models. *CIRANO Working Papers 2004s-20*.
- Mikosch H., Solanko L. (2019). Forecasting quarterly Russian GDP growth with mixed-frequency data. *Russian Journal of Money and Finance*, 78 (1), 19–35.
- Kuboniwa M. (2014). A comparative analysis of the impact of oil prices on oil-rich emerging economies in the Pacific Rim. *Journal of Comparative Economics*, 42 (2), 328–339.
- Pesaran M. H., Timmermann A. (2005). Small sample properties of forecasts from autoregressive models under structural breaks. *Journal of Econometrics*, 129 (1–2), 183–217.
- Polbin A. (2021). Multivariate unobserved component model for an oil-exporting economy: The case of Russia. *Applied Economics Letters*, 28 (8), 681–685.
- Polbin A., Fokin N. (2021). Econometric modeling of the balanced potential growth rate of the main Russian macroeconomic variables. *Mathematical Models and Computer Simulations*, 13 (2), 244–253.
- Rautava J. (2004). The role of oil prices and the real exchange rate in Russia's economy — a cointegration approach. *Journal of Comparative Economics*, 32 (2), 315–327.
- Schorfheide F., Song D. (2015). Real-time forecasting with a mixed-frequency VAR. *Journal of Business & Economic Statistics*, 33 (3), 366–380.
- Sinclair T. M. (2009). The relationships between permanent and transitory movements in US output and the unemployment rate. *Journal of Money, Credit and Banking*, 41 (2–3), 529–542.

Received 01.10.2020; accepted 30.08.2021.